Ecco altri due teoremi poco noti:

Sappiamo che $\chi^2_N = 0 \Rightarrow \eta^2_{y|x} = 0$

e che il viceversa non vale sempre.

Ma, data una tabella di n_{ij}, se $y_1, \dots, y_m$ ed $x_1 \dots x_K$ fossero variabili generiche?

	y_1	$\dots$	y_m	
x_1		n_{ij}		$n_{1\cdot}$ $n_{2\cdot}$
x_K				$n_{K\cdot}$

cioè, date n_{ij}, se volessi indipendenza in media in una "tabella universale" dove $x_1 \; x_K$ ed $y_1 \; y_m$ possono assumere valori qualsivoglia ?$\Rightarrow$ $\chi^2 = 0$: la risposta è: sì!!

Infatti, considero per esempio le prime due righe:

$$M(y/x_1) = \frac{n_{11}y_1 + n_{12}y_2 + \dots n_{1m}y_m}{n_{1\cdot}} = \frac{n_{21}y_1 + n_{22}y_2 + \dots n_{2m}y_m}{n_{2\cdot}} = M(y/x_2)$$

$$\Downarrow$$

$$\left(\frac{n_{11}}{n_{1\cdot}} - \frac{n_{21}}{n_{2\cdot}}\right)y_1 + \left(\frac{n_{12}}{n_{1\cdot}} - \frac{n_{22}}{n_{2\cdot}}\right)y_2 + \dots \left(\frac{n_{1m}}{n_{1\cdot}} - \frac{n_{2m}}{n_{2\cdot}}\right)y_m = 0$$

Ma allora, essendo $y_1, y_2, \dots y_m$ generici a valori a piacere, si ha necessariamente $\frac{n_{11}}{n_{1\cdot}} - \frac{n_{21}}{n_{2\cdot}} = 0 \quad \frac{n_{12}}{n_{1\cdot}} - \frac{n_{22}}{n_{2\cdot}} = 0 \dots$

cioè le condizionate per riga delle prime due righe coincidono, ed analogamente per le altre $\Rightarrow \chi^2 = 0$.

Dunque:

Teorema $\chi^2_N = 0 \Rightarrow \eta^2_{y|x} = 0$

tenute fisse le n_{ij} $\;\not\Leftarrow$ può non valere per particolari valori di $y_1 \; y_m$

Ma se voglio che $\eta^2_{y|x} = 0$ per ogni valore di $y_1 \; y_m$ allora

$$\chi^2_N = 0 \Leftarrow \eta^2_{y|x} = 0$$